

# 2024年度入学試験問題

## 数 学

(3月5日)

開始時刻 午後2時45分

終了時刻 午後3時45分

### I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は3ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。
  - ① 受験番号欄  
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
  - ② 氏名欄  
氏名とフリガナを記入してください。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
5. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

### II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。





1 1桁の自然数を要素とする集合  $U$  を全体集合とし、その部分集合  $A, B$  をそれぞれ

$$A = \{8, 9, a^2 - 6a + 13\}$$
$$B = \{x \text{ は整数} \mid 2 < x < 16 - x\}$$

とする。ただし  $a$  は定数である。また、 $A \cap B = \{4\}$  が成り立っている。

- (1)  $a =$   である。
- (2)  $A \cup B$  のすべての要素の和は  である。
- (3)  $\overline{A \cap B}$  のすべての要素の和は  である。
- (4)  $\overline{\overline{A \cup B}}$  のすべての要素の和は  である。
- (5)  $U$  の要素  $x$  が素数であることは、 $x \in B$  であるための 。また  $x \in \overline{A}$  であるための 。  
ただし ,  には、以下の選択肢から適切なものを選び。
  1. 必要十分条件である
  2. 必要条件であるが十分条件ではない
  3. 十分条件であるが必要条件ではない
  4. 必要条件でも十分条件でもない

2 6人の学生を3つのグループに分けることを考える。

- (1) 3人, 2人, 1人のグループに分ける方法は  通りある。
- (2) 4人, 1人, 1人のグループに分ける方法は  通りある。
- (3) Aグループ, Bグループ, Cグループにそれぞれ2人ずつ分ける方法は  通りある。
- (4) すべて2人ずつの3つのグループに分ける方法は  通りある。
- (5) 3つのグループに分ける方法は  通りある。ただしグループに名前をつけない。  
また、各グループに少なくとも1人は入るものとする。

3  $m$  を実数の定数とし、関数  $f(x)$  は

$$f(x) = mx + \int_{-2}^0 f(t) dt$$

を満たす。また関数  $h(x)$  が

$$h(x) = 1 + \int_0^x (x-t) dt$$

で与えられている。

(1) 関数  $f(x)$  は

$$f(x) = mx + \boxed{\text{ア}} m$$

と表され、 $y = f(x)$  のグラフは  $m$  の値にかかわらず、点  $(\boxed{\text{イウ}}, \boxed{\text{エ}})$  を通る。

(2) 関数  $h(x)$  は

$$h(x) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} x^2 + \boxed{\text{キ}}$$

である。

(3)  $y = f(x)$  のグラフと  $y = h(x)$  のグラフが異なる 2 つの共有点をもつのは

$$m < \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}} \text{ または } m > \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

のときである。

(4) 実数  $m$  が  $m > \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$  を満たして変化するとき、原点  $O$ 、 $y = f(x)$  のグラフと  $y = h(x)$  のグラフの 2 つの交点  $P$ 、 $Q$  からなる  $\triangle OPQ$  の重心  $G$  の軌跡は、方程式

$$y = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} x^2 + \boxed{\text{ソ}} x$$

を満たす。ただし  $x > \frac{\boxed{\text{タチ}} + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$  である。

- 4 次のような分数からなる数列を考える。この数列では分母を2から始め、分子には分母より小さい自然数の2乗を大きい順に並べる。分子が $1^2$ になったら次の項で分母を1増やす。

$$\frac{1^2}{2} \mid \frac{2^2}{3}, \frac{1^2}{3} \mid \frac{3^2}{4}, \frac{2^2}{4}, \frac{1^2}{4} \mid \frac{4^2}{5}, \frac{3^2}{5}, \frac{2^2}{5}, \frac{1^2}{5} \mid \frac{5^2}{6}, \frac{4^2}{6}, \dots$$

| で区切られた部分を、初めから順に第1群、第2群、…と呼ぶことにする。第 $n$ 群は、分母が $n+1$ である分数からなる部分である。

(1) 第20項は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である。

(2) 第 $n$ 群のすべての項の和は  $\frac{\boxed{\text{ウ}} n^2 + n}{\boxed{\text{エ}}}$  である。

(3) 第 $n$ 群の末項までのすべての項の和は  $\frac{\boxed{\text{オ}} n^3 + \boxed{\text{カ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n}{\boxed{\text{クケ}}}$  である。

なお、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ の最大公約数は1である。

(4) 第50項は  $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$  である。

(5) 初めの50項の和は  $\frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。



















## II 解答上の注意

1. 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示がないかぎり、数字(0～9)または符号(－、±)が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**、**イ**、**ウ**、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

(例) **アイウ** に－83と答えたいとき

<b>ア</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
<b>イ</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
<b>ウ</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例)  $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として

<b>エ</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
<b>オ</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
<b>カ</b>	－	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{キク}}$ 、 $\frac{\sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}}$  に  $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、

$\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。