

# 2023年度一般入学試験問題

## 数 学(理工学部)

(2月8日)

開始時刻 午後1時00分

終了時刻 午後2時00分

### I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は5ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督員の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。
  - ① 受験番号欄  
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
  - ② 氏名欄  
氏名とフリガナを記入してください。
4.  1 ~  3 と  4 または  5 を選択してください。  
(  4 と  5 の両方を解答した場合は  
高得点の方を合否判定に使用します。 )
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

※ 解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。





1 以下の各問いに答えなさい。

(1)  $3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}} = \boxed{\text{ア}}$ ,  $\left(7^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{9}{2}} = \boxed{\text{イウエ}}$  である。

(2) 連立不等式  $\begin{cases} 5x + 4 > 3x + 2 \\ -x + 5 > 3(x - 1) \end{cases}$  の解は  $\boxed{\text{オカ}} < x < \boxed{\text{キ}}$  である。

(3)  $\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$  を簡単な形にすると、

(i)  $x < 0$  のとき  $\boxed{\text{クケ}}x + \boxed{\text{コ}}$ ,

(ii)  $0 < x < 3$  のとき  $\boxed{\text{サ}}$

となる。

(4)  $y = x^2 + 4x + 6$  のグラフを  $y = x^2 - 6x + 14$  のグラフに重ねるためには、  
 $x$  軸方向に  $\boxed{\text{シ}}$ ,  $y$  軸方向に  $\boxed{\text{ス}}$  だけ平行移動すればよい。

(5) 2次方程式  $3x^2 + 2ax + 6 = 0$  が異なる2つの実数解をもつような定数  $a$  の値の範囲は、  
 $a < \boxed{\text{セソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ ,  $\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} < a$  である。

(6) 整式  $2x^3 - 7x^2 + 12x - 10$  を整式  $x^2 - 2x + 3$  で割ると、  
商が  $\boxed{\text{テ}}x - \boxed{\text{ト}}$ , 余りが  $\boxed{\text{ナニ}}$  である。

(7) 次の五進数を十進法で表すと、

(i)  $2023_{(5)} = \boxed{\text{ヌネノ}}$ ,

(ii)  $2023_{(5)} + 2.023_{(5)} = \boxed{\text{ハヒ}}.\boxed{\text{フヘホ}}$

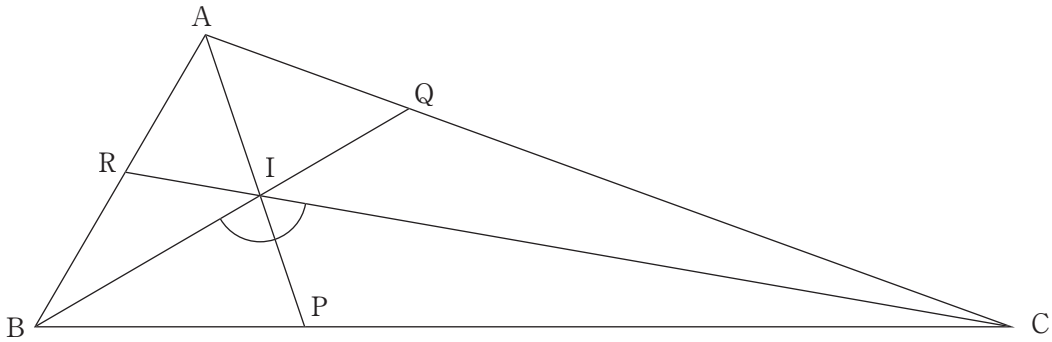
となる。

2 下の図において、点Iは△ABCの内心であるとする。直線AIと直線BCの交点をP、直線BIと直線ACの交点をQ、直線CIと直線ABの交点をRとする。

∠BAC = 100° のとき、∠BIC = アイウ° である。

さらに、BP : PC = 53 : 137, AQ : QC = 43 : 127, AB =  $\frac{106}{127}$  のとき、

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\text{エオカ}}{\text{キク}}, \frac{AR}{RB} = \frac{\text{ケコサシ}}{\text{スセソタ}}, QC = \frac{\text{チツテ}}{\text{トナ}}$$



**3** 以下の各問いに答えなさい。

- (1) 9人を, 5人部屋Aと2人部屋Bと2人部屋Cの3つの部屋に分ける方法は全部で **アイウ** 通りある。
- (2) 9人を, 5人と2人と2人の3つのグループに分ける方法は全部で **エオカ** 通りある。
- (3) 9人のうち5人が大人, 4人が子どもであるとする。この中から5人を選ぶとき, 大人3人と子ども2人を選ぶ方法は全部で **キク** 通りある。また, 大人が少なくとも3人含まれる選び方は全部で **ケコ** 通りある(ただし, 子どもが0人の場合も含む)。
- (4) 9人のうち5人が大人, 4人が子どもであるとする。この9人を4人部屋Aと3人部屋Bと2人部屋Cの3つの部屋に分けるととき, どの部屋にも大人と子どもがそれぞれ1人以上含まれる分け方は全部で **サシス** 通りある。

4, 5のうちどちらか一方を選択して解答せよ。

4 以下の各問いに答えなさい。

(1) 空間における3つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  について,

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  であり,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{c}| = 7$  のとき,

$$\vec{a} \text{ と } \vec{b} \text{ のなす角を } \theta \text{ とすると, } \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \theta = \boxed{\text{ウエ}}^\circ$$

である(ただし,  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  である)。

(2) 点 O を原点とする座標空間の2点 A(2, -4, 0), B(-1, 2, -3) と点 P(x, y, z) に対し,

$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$  とするとき,

$$|\vec{p}|^2 - (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{p} + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \text{ を満たす点 P の軌跡は, 点 } \left( \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \boxed{\text{キク}}, \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

を中心とし, 半径が  $\frac{\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$  の球面であり, その表面積は  $\boxed{\text{ソタ}} \pi$  である。

5  $a$  を正の定数とする。座標平面上で、曲線  $C: y = e^x$  上の点  $P(a, e^a)$  における接線  $l$  の方程式は  $y = e^a x + e^a(\text{ア} - a)$  である。よって、接線  $l$  と  $y$  軸の交点  $A$  の  $y$  座標が正となるような  $a$  の値の範囲は  $a < \text{イ}$  である。以下、 $a < \text{イ}$  であるとする。

原点を  $O$  とし、接線  $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とおき、 $\triangle AOQ$  の面積を  $a$  を用いて表すと

$$\frac{e^a(\text{ウ} - a)\text{エ}}{\text{オ}}$$

である。

(1)  $\triangle AOP$  の面積と  $\triangle AOQ$  の面積が等しいとき、

$$a < \text{イ} \text{ としているので } a = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$$

である。

(2) 曲線  $C$  と接線  $l$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S$  を  $a$  を用いて表すと

$$e^a \left( \frac{a\text{ク} - \text{ケ}a + \text{コ}}{\text{サ}} \right) - \text{シ}$$

であり、 $\triangle AOQ$  の面積と  $S$  が等しいとき、  
 $a = \log \text{ス}$  である。

















## II 解答上の注意

1. 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示がないかぎり、数字(0~9)または符号(−、±)が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**、**イ**、**ウ**、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

(例) **アイウ** に  $-83$  と答えたいとき

<b>ア</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>イ</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>ウ</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例)  $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$  として

<b>エ</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>オ</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>カ</b>	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**キ**  $\sqrt{\text{ク}}$ 、 $\frac{\sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}}$  に  $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、

$\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。