2 0 2 2 年 度 全 学 統 一 入 学 試 験 問 題

数　　学【理工学部】

（2月3日）

開始時刻　　午前10時30分
終了時刻　　午前11時40分

Ⅰ 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 合図があったら、必ず裏面の「Ⅱ　**解答上の注意**」をよく読んでから、解答してください。
3. この冊子は6ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
4. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督員の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。

   ①　受験番号欄

   受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

   ②　氏名欄

   氏名とフリガナを記入してください。
5. $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ または $\boxed{5}$ を選択してください。

   （$\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ の両方を解答した場合は高得点の方を合否判定に使用します。）
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

（裏面へ続く）

Ⅱ　解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、数字（0～9）または符号（－、±）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例）$\boxed{\text{アイウ}}$ に－83と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

（例）$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として

エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ 、 $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ 、 $\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

$\boxed{1}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) $3x^2+2xy-y^2+7x+3y+4$ を因数分解すると

$(\boxed{ア}x-y+\boxed{イ})(x+y+\boxed{ウ})$ となる。

(2) $\left(\dfrac{1}{45}\right)^{50}$ を小数で表したとき，小数第 $\boxed{エオ}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。また，その数字は $\boxed{カ}$ である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

(3) $\dfrac{y+z}{3x}=\dfrac{z+x}{3y}=\dfrac{x+y}{3z}$ のとき，この式の値は，

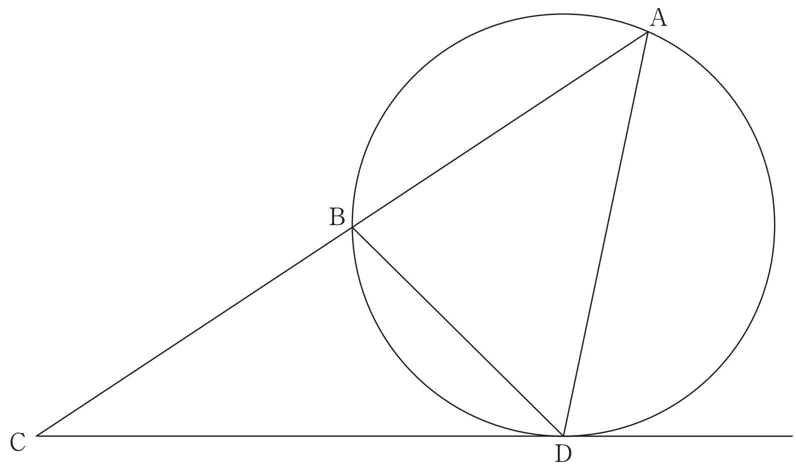
$x+y+z\neq0$ のとき $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，$x+y+z=0$ のとき $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ となる。

(4) 1 個 70 円のまんじゅうと 1 個 100 円のメロンパンを合わせて 100 個買い，150 円の箱に詰めて送料 500 円で送ってもらう。品物代，箱代，送料のすべてに 10％の消費税を加えて 10000 円以内にするとき，メロンパンは最大 $\boxed{シス}$ 個買える。

(5)　次の図において，直線 CD は円の接線であり，D が接点である。

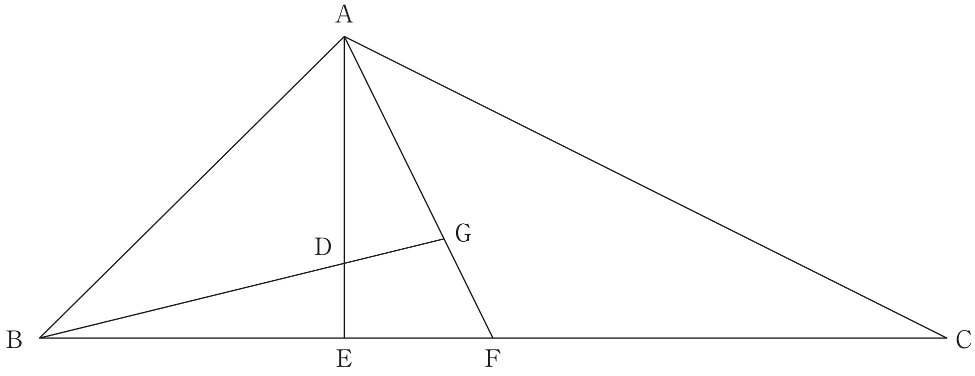
AC ＝ 13，CD ＝ 7 のとき，AB の長さは $\dfrac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チツ}}$ である。

また，∠ADB ＝ 55°，∠BDC ＝ 45° のとき，∠BCD ＝ $\boxed{テト}$ ° である。



(6)　次の図において，点 G は△ABC の重心であり，BE：EF ＝ 2：1 である。

△ABC の面積が 52 のとき，△ABD の面積は $\boxed{ナニ}$ である。



2 $x \neq 1$, $y \neq 1$ とする。

数列 $a_1 = 1$, $a_2 = x$, $a_3 = y$, a_4, a_5, a_6 は等差数列であり，

数列 $b_1 = x$, $b_2 = y$, $b_3 = 1$, b_4, b_5, b_6 は等比数列であるとする。

このとき，

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項はそれぞれ，

$$a_n = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}n + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \quad b_n = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\left(\boxed{\text{セソ}}\right)^n$$

である。

また，a_4, a_5, a_6 と b_4, b_5, b_6 のうち，値が等しいものについて，

$$a_{\boxed{\text{タ}}} = b_{\boxed{\text{チ}}} = \boxed{\text{ツテ}}$$

が成り立つ。

$\boxed{3}$ 1個のさいころを1回投げるたびに，3の倍数の目が出たら5点得られ，それ以外の目が出たら2点失うゲームを行う。ただし，得点の合計として負の値もとりうる。

さいころを6回続けて投げるとき，少なくとも1回は3の倍数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ である。

さいころを6回続けて投げた結果，得点の合計が30点になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケコ}}}$ である。

さいころを6回続けて投げた結果，得点の合計が9点になるのは，3の倍数の目がちょうど $\boxed{\text{サ}}$ 回出たときであり，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ **のうちどちらか一方を選択して解答せよ。**

$\boxed{4}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) l，m，n を実数とする。$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$，かつ，平行でない2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，

$$\vec{p} = \vec{a} + l\vec{b}, \quad \vec{q} = m\vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{r} = n\vec{a} + m\vec{b}$$

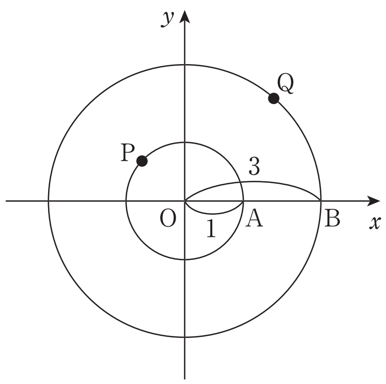
のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ は平行であり，$\vec{q} + \vec{r} = \vec{0}$ とする。このとき，l，m，n の値はそれぞれ

$l = \boxed{\text{アイ}}$，$m = \boxed{\text{ウエ}}$，$n = \boxed{\text{オ}}$ である。

(2) 座標平面上に次のような，原点 O を中心とする半径 1 の円と半径 3 の円がある。

2つの動点 P，Q はそれぞれ点 A(1，0)，点 B(3，0) から同時に出発し，同じ速さでそれぞれの円周上を正の向きに動くものとする。

内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の値が初めて $\dfrac{3}{2}$ になるのは，$\cos\angle \mathrm{POQ} = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$，$\angle \mathrm{QOB} = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ のときである。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \left(\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$ である。



5 関数

$$f(x)=\frac{x^2-2x}{2|x-2|}$$

について，

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x & (x>\boxed{\text{ウ}}) \\[2ex] \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}x & (x<\boxed{\text{ウ}})\end{cases}$$

であるので，

$$\lim_{x\to 2+0}f(x)=\boxed{\text{キ}},\quad \lim_{x\to 2-0}f(x)=\boxed{\text{クケ}}$$

が成り立つ。

さて，a を定数とし，xy 平面上で，$y=f(x)$ のグラフと放物線 $C: y=-x^2+a$ を考える。

放物線 C が点$\left(2,\ \boxed{\text{キ}}\right)$を通るとき，$a=\boxed{\text{コ}}$ であり，点$\left(2,\ \boxed{\text{クケ}}\right)$を通るとき，$a=\boxed{\text{サ}}$ である。また，$y=f(x)$ のグラフと放物線 C が接するとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ であるので，$y=f(x)$ のグラフと放物線 C の共有点の個数は，

$a>\boxed{\text{コ}}$ のとき $\boxed{\text{タ}}$ 個，

$\boxed{\text{サ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{コ}}$ のとき $\boxed{\text{チ}}$ 個，

$\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}<a<\boxed{\text{サ}}$ のとき $\boxed{\text{ツ}}$ 個，

$a=\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ のとき $\boxed{\text{テ}}$ 個，

$a<\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ のとき $\boxed{\text{ト}}$ 個

である。

さらに，$a=\boxed{\text{コ}}$ のとき，$y=f(x)$ のグラフと放物線 C および線分 $x=2\,(-1\leqq y\leqq 1)$ で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

また，$a=\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ のとき，$y=f(x)$ のグラフと放物線 C の接点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であるから，$y=f(x)$ のグラフと放物線 C および y 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\dfrac{1}{2^{\boxed{\text{ハ}}}\times\boxed{\text{ヒフ}}}\pi$ である。ただし，$2^{\boxed{\text{ハ}}}$ と $\boxed{\text{ヒフ}}$ の最大公約数は 1 であるとする。